ISSN: 2301-797X
Volume: 3 No. 1 - Mei 2014

PEMBELAJARAN BERBASIS ANIMASI

Dameria Esterlina Br Jabat, S.Kom, M.Kom
Dosen Tetap Politeknik Santo Thomas Medan

ABSTRAKSI

Untuk mempermudah proses belajar mengajar matriks dengan membuat alat bantu akan menghasilkan perangkat lunak untuk operasi pembelajaran proses matriks yang dilengkapi dengan visualisasi dalam bentuk animasi.

Melalui alat bantu belajar ini, diharapkan para siswa dapat meningkatkan kemampuan dalam mempelajari pelajaran pengoperasian matriks dengan memanfaatkan kemampuan multimedia komputer yang mampu membuat teks, grafik, audio, video serta animasi yang menarik dan interaktif, maka penulis berkeinginan untuk membuat suatu alat bantu belajar dalam mempelajari pengoperasian matriks, dan bukan untuk menyelesaikan semua permasalahan matriks.

Dari penelitian ini dapat diperoleh bahwa pembelajaran berbasis animasi untuk obyek matriks menampilkan operasi determinan menggunakan 3 metode yaitu: metode biasa pada ordo 2x2. Sedangkan aturan Sarrus khusus digunakan untuk ordo 3x3 dan metode F Chio dapat dipergunakan untuk ordo lebih besar dari 3x3.

Kata Kunci: Animasi, alat bantu, matematika

1. Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Matematika adalah salah satu pelajaran yang selalu ada di jenjang pendidikan formal. Begitu banyak model yang disajikan oleh pelajaran matematika, mulai dari penjumlahan, pembagian, pengalian dan banyak hal lain lagi seperti trigonometri dan matriks yang baru dikenal pada jenjang Sekolah Menegah Atas (SMA). Matriks adalah pelajaran yang menggunakan elemen berupa elemen horizontal (baris) dan vertikal (kolom). Banyak aturan-aturan dalam matriks yang perlu dipelajari, karena itulah penulis merasa tertarik untuk membuat alat bantu dan proses pembelajaran matriks yang cukup sulit dimengerti di kalangan siswa SMA.

Melalui teknologi yang berkembang, salah satunya adalah komputer. Dengan menggunakan *software* pembelajaran matriks digunakan untuk membantu siswa dalam mempelajari pengertian matriks tapi yang terutama adalah proses pengoperasian matriks berupa penjumlahan, pengurangan, perkalian, *transpose* dan determinan.

Melalui alat bantu belajar ini, diharapkan para siswa dapat meningkatkan kemampuan dalam mempelajari pelajaran pengoperasian matriks dengan memanfaatkan kemampuan multimedia komputer yang mampu membuat teks, grafik, audio, video serta animasi yang menarik dan interaktif, maka penulis berkeinginan untuk membuat suatu alat bantu belajar dalam mempelajari pengoperasian matriks, dan bukan untuk menyelesaikan semua permasalahan matriks.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka yang menjadi rumusan masalah pokok dalam penelitin ini adalaha : **"Bagaimana membuat perangkat lunak untuk memahami definisi dan jenis, serta operasi pada matriks."**

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini, yaitu untuk mempermudah proses belajar mengajar matriks dengan membuat alat bantu melalui *macromedia flash* dan menghasilkan perangkat lunak untuk operasi pembelajaran proses matriks yang dilengkapi dengan visualisasi dalam bentuk animasi.

2. Uraian Teoritis

2.1 Pengajaran Sistem Komputerisasi

Percobaan penggunaan komputer untuk proses belajar-mengajar dimulai pada akhir tahun 1950-an dan awal 1960-an. Kemudian penelitian selanjutnya dilakukan oleh Harvad University yang bekerja sama dengan IBM pada tahun 1965 setelah permunculan komputer mikro untuk membuat suatu sistem pengajaran dengan bantuan komputer.

Komputerisasi dalam proses pengajaran semakin meluas pada pengembangan melalui aplikasi perangkat lunak ajar yang dikenal dengan *coursewars.* Perangkat ajar berbantuan komputer tersebut muncul dari sejumlah disiplin ilmu terutama ilmu komputer dan psikologi. Ilmu komputer melahirkan materi-materi dan pembahasan tentang alat bantu ajar sehingga muncullah program-program yang membuat sesuatu menjadi lebih bermanfaat, membantu dan mengefesienkan proses belajar mengajar. Sedangkan dari ilmu psikologi muncul pengetahuan mengenai teori belajar, teknik belajar dan motivasi yang dapat mendukung dalam menyusun sistematika proses belajar mengajar.

Istilah untuk menyatakan perangkat ajar berbantuan komputer terdiri dari berbagai macam. Beberapa istilah yang digunakan di manca negara seperti di Amerika Serikat dikenal dengan istilah **Computer Assisted Instruction (CIA), Computer Based Instruction (CBI)** dan **Computer Based Education (CBE).** Sedangkan di Eropa dikenal dengan **Computer Assisted Learning (CAL)** dan **Computer Based Training (CBT)**. CBT merupakan suatu cara belajar yang interaktif, di mana orang yang belajar harus berkesinambungan mengerjakan sesuatu seperti memilih topik, menjawab pertanyaan, dan sebagainya.

2.2 Tujuan dan Keuntungan Pengajaran Sistem Komputer

Hampir semua program aplikasi perangkat ajar berbantuan komputer bertujuan meningkatkan efisiensi dan efektivitas dari cara belajar dan juga untuk mengurangi fasilitas latihan dan tenaga pengajar, membuat pelajar menjadi lebih mandiri karena dapat dengan bebas belajar dengan bantuan komputer lebih cepat dibandingkan dengan tanpa komputer.

Ada beberapa keuntungan yang bisa diambil dari suatu perangkat ajar berbantuan komputer yang interaktif, yaitu

1. Meningkatkan efektivitas pelatihan seperti :
   a. Meningkatkan daya minat pemakai.
   b. Meningkatkan waktu pelatihan.
   c. Meningkatkan pengetahuan.
2. Mengurangi waktu dan sumber daya pelatihan seperti :
   a. Mengurangi waktu belajar selama pelatihan.
   b. mengurangi instruksi pelatihan.
   c. Biaya pelatihan yang bisa lebih rendah.

2.3 Definisi Matriks

Matriks didefenisikan sebagai himpunan obyek (bilangan ril atau kompleks) yang disusun secara persegi panjang (terdiri baris dan kolom) yang biasanya dibatasi dengan tanda kurung siku atau biasa. Pada matriks jumlah baris dan kolom menentukan ukuran (ordo) sebuah matriks.

Pandang matriks A= $[a_{ij}]$, si = 1, 2,.....,m dan j = 1,2,...,n

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

2.3.1 Operasi Matriks

a. Penjumlahan dan pengurangan matriks

Penjumlahan dan pengurangan didefinisikan hanya untuk matriks-matriks yang berukuran sama. Jumlah dari dua matriks A = $[a_{ij}]$ dan B = $[b_{ij}]$ yang berukuran m x n adalah matriks m x n yang diperoleh dengan menjumlahkan atau mengurangkan elemen-elemen yang seletak dalam matriks A dan B.

Jika A = $(a_{ij})_{mxn}$ dan B = $(b_{ij})_{mxn}$ maka

$$\mathbf{A+B= (a_{ij})_{mxn} + (b_{ij})_{mxn} = (a_{ij} + b_{ij})_{mxn}}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots b_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{22} & a_{22}+b_{22} & \cdots a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1}+b_{m2} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix}$$

A – B = $(a_{ij})_{m\times n} - (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} - b_{ij})_{m\times n}$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & \cdots & a_{1n}-b_{1n} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} & \cdots & a_{2n}-b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}-b_{m1} & a_{m2}-b_{m2} & \cdots & a_{mn}-b_{mn} \end{bmatrix}$$

b. Perkalian dua matriks

Perkalian antara dua matriks dapat terdefinisi jika banyaknya kolom matriks pertama sama dengan banyaknya baris matriks kedua. Pandang matriks A = $[a_{ij}]$ yang berukuran **p x r** dan matriks B = $[b_{ij}]$ yang berukuran **r x s.** Maka hasil kali A B (dalam urutan ini) dapat terdefinisi, yaitu misalkan hasil kali tersebut adalah matriks C = $[c_{ij}]$ yang berukuran **p x s** di mana elemen $\mathbf{c_{ij}}$ diperoleh dengan rumus:

$$C_{ij} = \sum_{i=1}^{r} a_{ij}b_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{ir}b_{rj}$$

Dimana i = 1, 2,...,p dan j = 1, 2, 3,...,s

Jika A_{pr} x B_{rs} = $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} & \cdots & a_{pr} \end{bmatrix}_{pxr} \times$

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1s} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2s} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{r1} & b_{r2} & \cdots & b_{rs} \end{bmatrix}_{rxs} =$$

Perkalian matriks bersifat umumnya tidak komutatif, yaitu A× B ≠ B × A sekalipun A× B dan B ×A terdefenisi.

C.Transpose matriks

Transpose dari suatu matriks merupakan pengubahan baris menjadi kolom dan kolom menjadi baris. Transpose dari suatu matirks A dinotasikan dengan A^T atau A^t atau A.

Jik A = $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{mxn}$ maka A^T =

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{m1} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{nxm}$$

Beberapa sifat matriks transpose adalah:

a. $(A + B)^T = A^T + B^T$
b. $(A^T)^T = A$

E. Determinan matriks

Suatu determinan ordo n adalah skalar yang dikaitkan dengan matriks bujur sangkar A = $[a_{ij}]$ di mana i dan j = 1,2 ,...,n yang dituliskan:

$$D = \det(A) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Determinan untuk matriks –matriks 1 x 1

Jika A = (a) adalah matriks 1 x 1, maka A akan memiliki invers perkalian jika dan hanya jika a ≠ 0. Jadi dapat didefinisikan det(A)=a

Determinan untuk matriks-matriks 2 x 2

Misalkan A = $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

Jika $a_{11} \neq 0$, maka dapat diuji apakah A ekivalen baris atau tidak dengan melakukan operasi-operasi berikut :

a. Kalikan baris kedua dari A dengan a_{11}.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{11} \times a_{21} & a_{11} \times a_{22} \end{bmatrix}$$

b. kurangi a_{21} kali baris pertama dari baris kedua yang baru

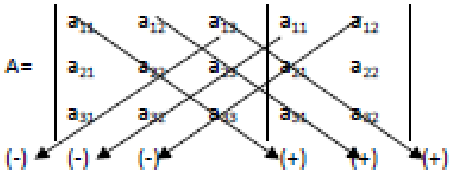
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{11} \times a_{22} - a_{21} \times a_{12} \end{bmatrix}$$

karena $a_{11} \neq 0$ maka matriks yang terjadi akan menjadi ekuivalen baris dengan I jika dan hanya jika $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} \neq 0$ jika $a_{11} = 0$ maka kita dapat mempertukarkan kedua baris dari A.

Matriks yang terjadi $\begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} \\ 0 & a_{12} \end{bmatrix}$

akan ekivalen baris dengan *I* jika dan hanya jika $a_{21}a_{12} \neq 0$. Syarat ini ekivalen dengan syarat jika $a_{11}= 0$. Jadi jika A adalah sembarangan matriks 2 x 2 dapat definisikan: **det(A) = $\mathbf{a_{11}\times a_{22}}$ – $\mathbf{a_{12}\times a_{21}}$,** maka A taksingular jika dan hanya jika $\det(A) \neq 0$.

<u>*Determinan untuk matriks-matriks 3 x 3*</u>
Untuk matriks ini ada beberapa metode yang digunakan, yaitu:
a. Aturan Sarrus



$=a_{11}\times a_{22}\times a_{33} + a_{12}\times a_{23}\times a_{31} + a_{13}\times a_{21}\times a_{32}$
$- a_{13}\times a_{22}\times a_{31} - a_{11}\times a_{23}\times a_{32} - a_{12}\times a_{21}\times a_{33}$

Untuk matriks yang ordonya n > 3 tidak bisa digunakan aturan Sarrus.

b. <u>Metode F. Chio</u>
Biasanya digunakan untuk mencari determinan tingkat n > 3

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\text{Det } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Syarat : Asalkan $a_{11} \neq 0$

Langkah 1 :det A = $\begin{vmatrix} 1 & \frac{a_{12}}{a_{11}} & \frac{a_{13}}{a_{11}} & \cdots & \frac{a_{1n}}{a_{11}} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$

Langkah 2

$$\text{Det } A = a_{11} \begin{vmatrix} 1 & \frac{a_{12}}{a_{11}} & \frac{a_{13}}{a_{11}} & \cdots & \frac{a_{1n}}{a_{11}} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

langkah 3

$$\begin{bmatrix} a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

det A = a_{11} kembali kelangkah 1

C <u>*Metode Minor dan Kofaktor (Theorema Laplace)*</u>

Pandang determinan matriks $A=[a_{ij}]$ di mana *i* dan *j* = 1, 2,..,n. Minor dari elemen a_{ij} adalah $\det(M_{ij})$, di mana M_{ij} adalah submatriks dari matriks A yang diperoleh dengan menghapus baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks A. Sedangkan Laplace dari elemen a_{ij} (dinotasikan dengan A_{ij}) adalah $(-1)^{i+j} \det(M_{ij})$. Berdasarkan teorema Laplace, determinan dari suatu matriks=penjumlahan hasil kali antara elemen-elemen pada satu baris (atau satu kolom) dengan kofaktor-kofaktornya.

Jadi : $\det(A) = a_{i1}\times A_{i1} + a_{i2}\times A_{i2} + ... + a_{in}\times A_{in}$ untuk uraian baris ke-i. Atau $\text{Det}(A) = a_{1j}\times A_{1j} + a_{2j}\times A_{2j} + ... + a_{n}\times_{j}A_{nj}$ untuk uraian pada kolom ke-j.

Karena baris atau pengurangan ini sifatnya sembarangan maka metode ini akan efisien bila baris atau kolom yang dipilih memuat elemen nol sebanyak-banyaknya. Oleh karena itu transformasi elementer dapat diterapkan dahulu sebelum menggunakan metode minor dan Kofaktor ini. Bila $\det(A) \neq 0$ maka matriks A disebut matriks tak singular dan bila $\det(A) = 0$ maka matriks A disebut matriks singular.

Contoh $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & 23 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

dengan menggunakan ekspansi kofaktor sepanjang kolom pertama maka diperoleh

$$\det(A) = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{21}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{31}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$$

=

dengan menggunakan ekspansi kofaktor sepanjang baris pertama maka diperoleh det(A) =

$$a_{11}\times\begin{vmatrix}a_{22} & a_{23}\\ a_{32} & a_{33}\end{vmatrix} - a_{12}\times\begin{vmatrix}a_{21} & a_{23}\\ a_{31} & a_{33}\end{vmatrix} + a_{13}\times\begin{vmatrix}a_{21} & a_{22}\\ a_{31} & a_{32}\end{vmatrix}$$

2.4 Sifat-sifat Determinan

a. Pertukaran baris dengan kolom dari determinan tidak mengubah nilai determinan. Jadi sebarang dalil dibuktikan benar untuk baris-baris akan benar juga untuk kolom-kolom dan sebaliknya.

Contoh $\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\\ c_1 & c_2 & c_3\end{vmatrix}$

b. Apabila setiap elemen disebuah baris (atau kolom) adalah nol, maka nilai determinan adalah nol.

Contoh $\begin{vmatrix}a_1 & 0 & c_1\\ a_2 & 0 & c_2\\ a_3 & 0 & c_3\end{vmatrix} = 0$

c. Apabila dua baris (atau kolom) determinan identik, maka nilai determinan adalah nol.

Contoh $\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & a_1\\ a_2 & b_2 & a_2\\ a_3 & b_3 & a_3\end{vmatrix} = 0$

Determinan dari matriks-matriks khusus:

a. Matriks diagonal $\begin{bmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & b & 0\\ 0 & 0 & c\end{bmatrix} = abc$

b. Matriks segitiga atas $\begin{bmatrix}a & b & c\\ 0 & d & e\\ 0 & 0 & f\end{bmatrix} = adf$

c. Matriks segitiga bawah $\begin{bmatrix}a & 0 & 0\\ b & c & 0\\ d & e & f\end{bmatrix} = acf$

2.5 Beberapa Matriks Khusus

1. Matriks bujur sangkar adalah suatu matriks dimana banyaknya baris = banyaknya kolom. Barisan elemen a_{11}, a_{22}, a_{33}, ..., a_{nn} dari matriks bujur sangkar A = [a_{ij}] disebut yang berukuran n dinamakan diagonal utama matriks A.
2. Matriks nol adalah matriks yang semua elemennya nol.
3. Matriks diagonal adalah matriks bujur sangkar yang semua elemenya diluar diagonal utama adalah nol. Dengan kata lain matriks bujur sangkar A = [a_{ij}] disebut matriks diagonal bila $a_{ij} = 0$ untuk $i \neq j$.
   Contoh E = $\begin{bmatrix}a & 0 & 0\\ 0 & b & 0\\ 0 & 0 & c\end{bmatrix}$
4. Matriks identitas (satuan) adalah matriks diagonal yang elemen-elemen di diagonal utamanya adalah 1 dan semua elemenya diluar diagonal utama adalah nol. .
   Contoh I = $\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$
5. Matriks simetris adalah matriks bujur sangkar yang transposenya sama dengan dirinya sendiri. yaitu bila berlaku $A = A^T$.
   Contoh A =
   $\begin{bmatrix}1 & 4 & 5\\ 4 & 6 & -7\\ 5 & -7 & 8\end{bmatrix} \rightarrow A^T \begin{bmatrix}1 & 4 & 5\\ 4 & 6 & -7\\ 5 & -7 & 8\end{bmatrix}$
6. Matriks segitiga atas adalah matriks bujur sangkar yang semua elemen di bawah diagonal utamanya = 0. Jadi Matriks segitiga atas A = [a_{ij}], $a_{ij} = 0$ untuk $i > j$.
   $\begin{bmatrix}a & b & c\\ 0 & d & e\\ 0 & 0 & f\end{bmatrix}$
7. Matriks segitiga bawah adalah matriks bujur sangkar yang semua elemen di atas diagonal utamanya = 0. Jadi Matriks segitiga bawah A = [a_{ij}], $a_{ij} = 0$ untuk $i < j$.
   $\begin{bmatrix}a & 0 & 0\\ b & c & 0\\ d & e & f\end{bmatrix}$

3. Pembahasan

3.1 Penjumlahan Dua Matriks

Pada penjumlahan dua matriks ini syarat yang harus dipenuhi adalah matriks harus berukuran (berordo) sama.

Contoh A= $\begin{bmatrix}9 & 2 & 3\\ 4 & 7 & 8\end{bmatrix}$ B = $\begin{bmatrix}3 & 6 & 1\\ 2 & 1 & 0\end{bmatrix}$ A + B=

$$\begin{bmatrix}9 & 2 & 3\\ 4 & 7 & 8\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}3 & 6 & 1\\ 2 & 1 & 0\end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix}9+3 & 2+6 & 3+1\\ 4+2 & 7+1 & 8+0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}12 & 8 & 4\\ 6 & 8 & 8\end{bmatrix}$$

3.2 Pengurangan Dua Matriks

Pada pengurangan dua matriks ini syarat yang harus dipenuhi adalah matriks harus berukuran (berordo) sama.

Contoh:

$$A=\begin{bmatrix}9 & 2 & 3\\4 & 7 & 8\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}3 & 6 & 1\\2 & 1 & 0\end{bmatrix}\quad A-B=$$

$$\begin{bmatrix}9 & 2 & 3\\4 & 7 & 8\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}3 & 6 & 1\\2 & 1 & 0\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}9-3 & 2-6 & 3-1\\4-2 & 7-1 & 8-0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6 & -4 & 2\\2 & 6 & 8\end{bmatrix}$$

3.3 Perkalian Dua Matriks

Pada perkalian dua matriks ini syarat yang harus dipenuhi adalah kolom pada matriks A harus sama dengan baris pada matriks B. Contoh matriks A_{2x3}, matriks B_{3x3} jadi hasil perkalian matriks AxB, misal disebut matriks C_{2x3}

$$A=\begin{bmatrix}9 & 2 & 3\\4 & 7 & 8\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}3 & 2 & 4\\6 & 1 & 5\\1 & 0 & 7\end{bmatrix}\quad AxB=$$

$$\begin{bmatrix}9 & 2 & 3\\4 & 7 & 8\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}3 & 2 & 4\\6 & 1 & 5\\1 & 0 & 7\end{bmatrix}$$

$$=$$

$$\begin{bmatrix}9\times3+2\times6+3\times1 & 9\times2+2\times1+3\times0 & 9\times4+2\times5+3\times7\\4\times3+7\times6+8\times1 & 4\times2+7\times1+8\times0 & 4\times4+7\times5+8\times7\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}42 & 20 & 67\\62 & 15 & 107\end{bmatrix}$$

3.4 Transpose Matriks

Pada transpose matriks yaitu pengubahan baris menjadi kolom dan kolom menjadi baris.

Contoh: $A=\begin{bmatrix}9 & 2 & 3\\4 & 7 & 8\end{bmatrix}$ maka $A^T=\begin{bmatrix}9 & 4\\2 & 7\\3 & 8\end{bmatrix}$

3.5 Determinan Matriks

Pada determinan matriks ada beberapa metode digunakan dan biasanya tergantung ukuran matriks dan ukuran matriks harus **n x n**.

Contoh

a. untuk matriks ordo 2 x 2 digunakan metode biasa.

Jika $A=\begin{bmatrix}4 & 5\\6 & 7\end{bmatrix}$ maka determinan A adalah :

$$|A|=\begin{vmatrix}4 & 5\\6 & 7\end{vmatrix}=4\times7-5\times6=28-30=-2$$

b. *Aturan Sarrus* digunakan untuk matriks ordo 3x3

$$|A|=\left|\begin{array}{ccc|cc}2 & 1 & 4 & 2 & 1\\4 & 2 & 1 & 4 & 2\\5 & 1 & 3 & 5 & 1\end{array}\right|$$

$$-\quad-\quad-\qquad+\quad+\quad+$$

= 2×2×3 + 1×1×5 + 4×4×1-4×2×5 – 2×1×1 – 1×4×3 = -21

c. *Metode F.Chio*

Digunakan untuk ukuran matriks berordo lebih besar 3 ×3 dengan syarat $a_{11}\neq0$

$$A=\begin{bmatrix}2 & 3 & -2 & 4\\3 & -2 & 1 & 2\\3 & 2 & 3 & 4\\-2 & 4 & 0 & 5\end{bmatrix}$$

Dengan langkah-langkah sebagai berikut :

Langkah I

a. Semua elemen baris pertama dibagi dengan elemen a_{11}

$$\det A=\begin{bmatrix}2/2 & 3/2 & -2/2 & 4/2\\3 & -2 & 1 & 2\\3 & 2 & 3 & 4\\-2 & 4 & 0 & 5\end{bmatrix}$$

Langkah II

b. Elemen a_{21}, a_{31}, a_{41} dibuat jadi nol(0) dengan cara sebagai berikut:

a_{21}	-	$3a_{11}$	=	3	-	3(1)	=	0
a_{22}	-	$3a_{12}$	=	-2	-	$3(3/2)$	=	$-13/2$
a_{23}	-	$3a_{13}$	=	1	-	3(-1)	=	4
a_{24}	-	$3a_{14}$	=	2	-	3(2)	=	-4
a_{31}	-	$3a_{11}$	=	3	-	3(1)	=	0
a_{32}	-	$3a_{12}$	=	2	-	$3(3/2)$	=	$-5/2$
a_{33}	-	$3a_{13}$	=	3	-	3(-1)	=	6
a_{34}	-	$3a_{14}$	=	4	-	3(2)	=	-2
a_{41}	-	$-2a_{11}$	=	-2	-	-2(1)	=	0
a_{42}	-	$-2a_{12}$	=	4	-	$-2(3/2)$	=	7
a_{43}	-	$-2a_{13}$	=	0	-	-2(-1)	=	-2
a_{44}	-	$-2a_{14}$	=	5	-	-2(2)	=	9

$$\det A = 2\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & -\frac{2}{2} & \frac{4}{2} \\ 0 & -\frac{13}{2} & 4 & -4 \\ 0 & -\frac{5}{2} & 6 & -2 \\ 0 & 7 & -2 & 9 \end{bmatrix}$$

<u>Langkah III</u>

$$\det A = 2\begin{bmatrix} -\frac{13}{2} & 4 & -4 \\ -\frac{5}{2} & 6 & -2 \\ 7 & -2 & 9 \end{bmatrix}$$

Kembali **ke** **<u>Langkah</u>**

$$\det A = \begin{bmatrix} \frac{-13/2}{-13/2} & \frac{4}{-13/2} & \frac{-4}{-13/2} \\ -\frac{5}{2} & 6 & -2 \\ 7 & -2 & 9 \end{bmatrix}$$

<u>Langkah II</u>

a_{21} - $-\frac{5}{2}a_{11}$ = $-\frac{5}{2}$ - $-\frac{5}{2}(1)$ = 0
a_{22} - $-\frac{5}{2}a_{12}$ = -6 - $-\frac{5}{2}(\frac{8}{-13})$ = $\frac{116}{26}$
a_{23} - $-\frac{5}{2}a_{13}$ = -2 - $-\frac{5}{2}(\frac{-8}{-13})$ = $\frac{-12}{26}$
a_{24} - $7a_{14}$ = 7 - $7(1)$ = 0
a_{31} - $7a_{11}$ = -2 - $7(\frac{8}{-13})$ = $\frac{30}{13}$
a_{32} - $7a_{12}$ = 9 - $7(\frac{-8}{-13})$ = $\frac{61}{13}$

<u>Langkah III</u>

$$\det A = 2\left(\frac{-13}{2}\right)\begin{bmatrix} \frac{116}{26} & \frac{-12}{26} \\ \frac{30}{13} & \frac{61}{13} \end{bmatrix}$$

Kembali ke <u>langkah I</u>

$$\det A = 2\left(\frac{-13}{2}\right)\begin{bmatrix} \frac{116/26}{116/26} & \frac{-12/26}{116/26} \\ \frac{30}{13} & \frac{61}{13} \end{bmatrix}$$

Langkah II

a_{21} - $\frac{30}{13}a_{11}$ = $\frac{30}{13}$ - $\frac{30}{13}(1)$
a_{22} - $\frac{30}{13}a_{12}$ = $\frac{61}{13}$ - $\frac{30}{13}(\frac{-12}{116})$
= 0
= $\frac{7436}{1508}$

$$\det A = 2\left(\frac{-13}{2}\right)\left(\frac{116}{26}\right)\begin{bmatrix} 1 & \frac{-12}{116} \\ 0 & \frac{7436}{1508} \end{bmatrix}$$

$$\det A = 2\left(\frac{-13}{2}\right)\left(\frac{116}{26}\right)\left(\frac{7436}{1508}\right)$$

$$\det A = \frac{-116}{2}\left(\frac{7436}{1508}\right) \quad \det A = -286$$

Determinan dari matriks-matriks khusus adalah:

i. Matriks diagonal

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

ii. Matriks segitiga atas

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} = 1 \times 4 \times 6 = 24$$

iii. Matriks segitiga bawah

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = 1 \times 3 \times 6 = 18$$

Elemen-elemen yang dipergunakan untuk operasi determinan dapat menggunakan elemen-elemen dari hasil proses penjumlahan, pengurangan, perkalian dan *transpose* yang mempunyai ordo n x n atau elemen-elemen matriks yang telah diinput sebelum operasi determinan dilakukan.

3.6 Perancangan

Perancangan perangkat lunak pembelajaran antara lain yaitu rancangan tampilan menu, rancangan penginputan ordo-ordo matriks, rancangan penginputan elemen-elemen matriks dan rancangan animasi operasi matriks.

3.6.1 Rancangan Tampilan Menu

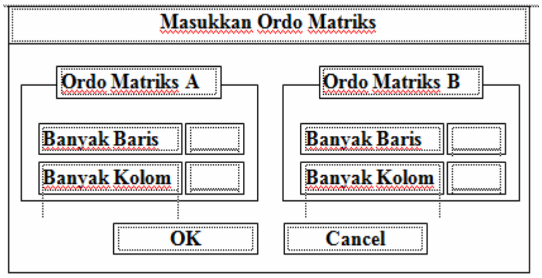
Rancangan tampilan menu utama untuk perangkat lunak pembelajaran operasi matriks dibuat seperti pada Gambar 1

Gambar 1 Rancangan Tampilan Menu Utama

3.6.2. Rancangan Tampilan Input Ordo Matriks

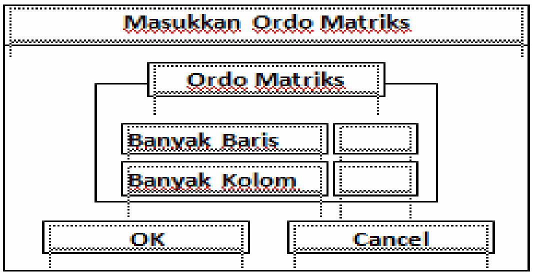
Pada rancangan tampilan untuk input ordo matriks terdiri atas, penginputan ordo martriks A dan ordo matriks B untuk operasi penjumlahan, pengurangan dan perkalian.

Pada Gambar 2, merupakan rancangan tampilan untuk penginputan ordo-ordo matriks pada operasi penjumlahan, pengurangan dan perkalian untuk matriks A dan matriks B.



Gambar 2. Rancangan Tampilan Input Ordo Matriks Untuk Operasi Penjumlahan, Pengurangan dan Perkalian

Pada Gambar 3, merupakan rancangan tampilan untuk penginputan ordo-ordo matriks pada operasi *transpose* dan determinan.

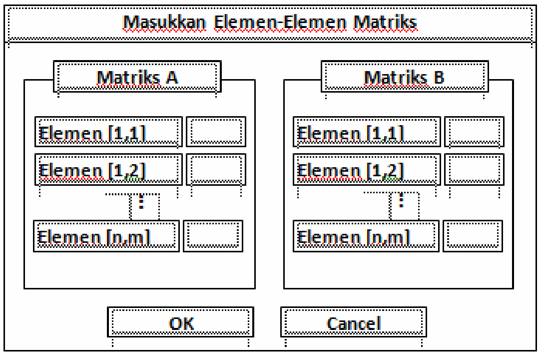


Gambar 3. Rancangan Tampilan Input Ordo Matriks Untuk Operasi Transpose dan Determinan

3.6.3 Rancangan Tampilan Input Elemen-Elemen Matriks

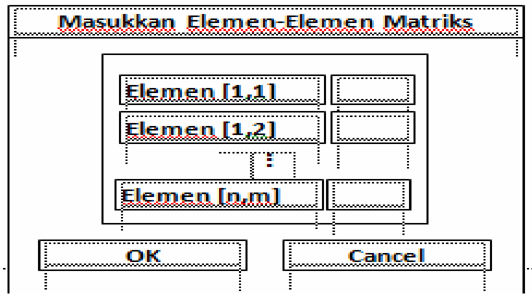
Pada rancangan tampilan untuk input elemen-elemen matriks terdiri atas, penginputan elemen-elemen martriks A dan elemen-elemen matriks B untuk operasi penjumlahan, pengurangan dan perkalian. Penginputan elemen-elemen matriks A dan elemen-elemen matriks B untuk operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian.

Pada Gambar .4 merupakan rancangan tampilan untuk penginputan elemen-elemen matriks pada operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian untuk matriks A dan untuk matriks B.



Gambar 4 Rancangan Tampilan Input Elemen-elemen Matriks Untuk Operasi Penjumlahan, Pengurangan, dan Perkalian

Pada Gambar 5 merupakan rancangan tampilan untuk penginputan elemen-elemen matriks pada operasi *transpose* dan determinan.

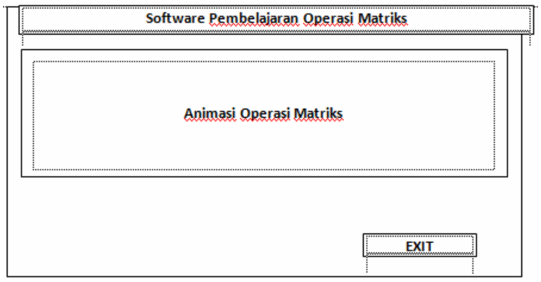


Gambar 5 Rancangan Tampilan Input Elemen-elemen Matrik Untuk Operasi Transpose dan Determinan

3.6.4 Rancangan Tampilan Animasi Operasi Matriks

Pada rancangan tampilan animasi operasi matriks terdiri atas yaitu animasi operasi matriks. Rancangan tampilan animasi dari operasi terlihat pada Gambar 6.

ISSN: 2301-797X
Volume: 3 No. 1 - Mei 2014



Gambar 6. Rancangan Tampilan Animasi Operasi Matriks

4. Kesimpulan

Dari penelitian yang dilakukan dan dari hasil evaluasi yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa :

1. Ditampilkan definisi matriks secara sederhana dan jenis-jenis matriks pada perangkat lunak yang dirancang untuk melengkapi topik tentang matriks.
2. Proses dari operasi matriks untuk pejumlahan, pengurangan, perkalian, *transpose*, dan determinan dikerjakan program dengan menampilkan langkah-langkah yang dilakukan dan dapat menggunakan satu digit.
3. Proses operasi pembelajaran berupa penambahan, pengurangan, perkalian, dan *transpose* dapat dilakukan hingga ordo 5 x 5. Sedangkan determinan hanya dapat digunakan hingga ordo 4x4.
4. Program dapat menampilkan operasi determinan menggunakan 3 metode yaitu: metode biasa pada ordo 2x2. Sedangkan aturan Sarrus khusus digunakan untuk ordo 3x3 dan metode F Chio dapat dipergunakan untuk ordo lebih besar dari 3x3.

DAFTAR PUSTAKA

Anomin, 2000, **Pembuatan Animasi Web Dengan Macromedia Flash MX,** Salemba Infotek, Jakarta

Binus Center, 2002, **Web Multimedia Authoring With Macromedia Flash**, Binus Center, Jakarta

Galih Pranowo, 2011, **Kreasi Animasi Interaktif Dengan Actionscript 3.0 Pada Flash CS5 + CD**, Andi, Jakarta

Kartono, M.Si. Drs, 1998, **Aljabar Linier, Vektor dan Eksplorasinya dengan Maple,** Edisi Tiga, Graha Ilmu, Jakarta

Madcoms, 2011, **Pasti Bisa!! Belajar Sendiri Adobe Flash Pro CS5**, Andi, Jakarta

Rumita, 2009, **Matrik Persamaan Linear dan Pemrograman Linear,** Rekayasa Sains, Jakarta.

Steven, J. Leon, 2001, **Aljabar Linear dan Aplikasinya**, Edisi Kelima, Erlangga, Jakarta

Wahana Komputer,2010, **Panduan Praktis – Adobe Flash CS4 Untuk Pembuatan Animasi Interaktif**, Andi, Jakarta